

TD Algo2 – session 1 – Tas

12 mars 2025

Objectifs d'apprentissage :

- manipuler la structure de tas et étudier les implications de la propriété de tas ;
- concevoir des algorithmes relatifs aux tas ;
- mettre en pratique des techniques de preuve pour la validité ou la complexité d'algorithmes.

Exercice 1 : Énumération

Dessiner tous les tas max possibles avec les éléments suivants : 1, 4, 7, 9 et 12.

Exercice 2 : Position

Dans un tas max où tous les éléments sont distincts, quelles sont les positions possibles pour le plus petit élément ?

Exercice 3 : Hauteur

Quels sont les nombres minimal et maximal d'éléments dans un tas de hauteur h ?

Exercice 4 : Tableau trié

Un tableau trié dans l'ordre décroissant forme-t-il un tas max ? Proposer un argument par récurrence.

Exercice 5 : Vérification

Concevoir un algorithme de certification en temps linéaire pour vérifier si un tableau est un tas max.

Exercice 6 : Entasser tas min

En s'inspirant de la procédure ENTASSER-MAX, écrire le pseudo-code pour la procédure ENTASSER-MIN(A, i) qui fait la même chose mais pour un tas min.

Exercice 7 : Invariant

Quel invariant de boucle permettrait de prouver la validité de l'algorithme du tri par tas ?

Exercice 8 : Choix d'une structure

Supposons qu'une application comporte un grand nombre d'opérations d'insertion, mais seulement quelques opérations de suppression du maximum. Quelle implémentation vous semble la plus efficace : le tas, le tableau non ordonné, le tableau ordonné ?

Exercice 9 : Complexité de la construction d'un tas

Quel est le plus petit nombre de comparaisons et d'échanges pour construire un tas à partir d'un tableau de n éléments ?

Exercice 10 : Complexité du tri par tas

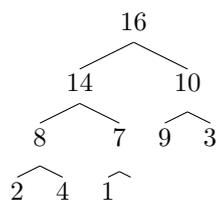
Quel est le nombre de comparaisons pour trier un tableau de longueur n avec le tri par tas dans le meilleur et pire cas ?

Exercice 11 : Complexité pour des données triées

Quel est le temps d'exécution du tri par tas sur un tableau A de longueur n déjà trié en ordre croissant ? Et en ordre décroissant ?

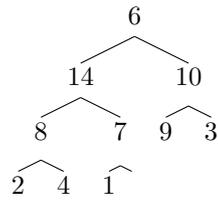
Exercice 12 : Représentation

Donner la représentation en tableau du tas suivant :



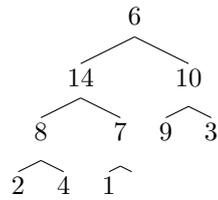
Exercice 13 : Entasser

Entasser l'élément 6 dans le tas suivant :



Exercice 14 : Supprimer

Supprimer le sommet du tas suivant :



Exercice 15 : Construction

Illustrer l'action de CONSTRUIRE-TAS-MAX sur le tableau $A = (5, 3, 17, 10, 84, 19, 6, 22, 9)$.

Exercice 16 : Tri

Illustrer l'action de TRI-PAR-TAS sur le tableau $A = (5, 13, 2, 25, 7, 17, 20, 8, 4)$.