

TD Algo2 – session 5 – B-Arbres

18 février 2025

Objectifs d'apprentissage :

- manipuler la structure de B-arbre et étudier les implications des propriétés de ce type d'arbres ;
- concevoir des algorithmes relatifs aux B-arbres ;
- mettre en pratique des techniques de preuve pour la validité ou la complexité d'algorithmes.

Exercice 1 : Énumération

Donner tous les B-arbres valides de degré minimal $t = 2$ permettant de représenter $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Exercice 2 : Nombre de clés

Pour un degré minimal t , quel est le nombre maximal de clés qui peuvent être stockées dans un B-arbre de hauteur h ?

Exercice 3 : Minimum

Écrire l'algorithme qui trouve la clé minimale stockée dans un B-arbre.

Exercice 4 : Prédécesseur

Écrire l'algorithme qui trouve le prédécesseur d'une clé donnée d'un B-arbre.

Exercice 5 : Dichotomie

On suppose que RECHERCHER-B-ARBRE est implémentée de manière à utiliser une recherche dichotomique, plutôt qu'une recherche linéaire, à l'intérieur de chaque nœud. Montrer que le temps CPU requis devient alors $O(\log n)$, indépendamment de la façon dont t est choisi comme fonction de n .

Exercice 6 : Variante

Comme les feuilles n'ont pas besoin de pointeurs d'enfant, on pourrait concevoir qu'elles utilisent une valeur de t différente (plus grande) que les nœuds internes pour la même taille de page disque. Montrer comment modifier les procédures de création et d'insertion dans un B-arbre pour gérer cette variante.

Exercice 7 : Hauteur minimum

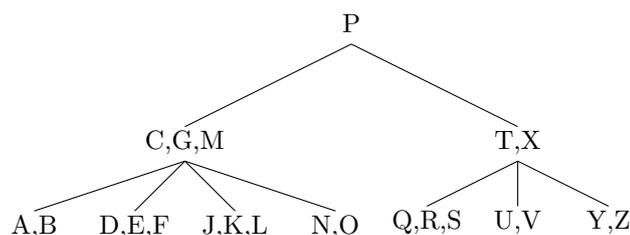
Professeur Bunyan affirme que B-ARBRE-INSÉRER produit toujours des B-arbre avec une hauteur minimale. Montrer que le professeur Bunyan se trompe en argumentant qu'avec $t = 2$ et l'ensemble de clés $\{1, 2, \dots, 15\}$, il n'existe pas de séquence d'insertion qui produit un B-arbre avec la plus petite hauteur possible.

Exercice 8 : Tuning

On suppose que le disque est construit de façon qu'on puisse choisir arbitrairement la taille d'une page disque, mais que le temps pris pour lire la page est $a + bt$, où a et b sont des constantes spécifiées et t le degré minimal d'un B-arbre utilisant des pages de cette taille. Décrire la manière de choisir t pour minimiser (approximativement) le temps de recherche dans le B-arbre. Suggérer une valeur optimale de t pour le cas où $a = 5$ microsecondes et $b = 10$ microsecondes.

Exercice 9 : Suppressions

Montrer le résultat de la suppression dans l'ordre de F, M, G, D, B, C, P et V dans l'arbre suivant ($t = 2$) :



Exercice 10 : Insertions

Montrer les résultats de l'insertion successive des clés F, S, Q, K, C, L, H, T, V, W, M, R, N, P, A, B, X, Y, D, Z, E dans un B-arbre vide de degré minimal $t = 2$. Ne représenter que les configurations de l'arbre qui précèdent immédiatement le découpage d'un nœud, puis représenter la configuration finale.